CAPÍTULO 11

RESOLUCIÓN APROXIMADA DE ECUACIONES ALGEBRAICAS

Además de los objetivos generales y competencias que pretendemos que el alumno/a alcance con esta asignatura, los objetivos específicos correspondientes a este capítulo son:

- Aplicar los métodos numéricos para la obtención de raíces de ecuaciones algebraicas.
- Estimar la influencia de errores en los datos y de errores de redondeo en los resultados de una ecuación algebraica.
- Conocer la interpretación gráfica de una raíz y punto fijo de una función, así como la interpretación gráfica de los métodos numéricos para la aproximación de raíces.
- Obtener los ceros de funciones de una variable por el método de la bisección, regla fals, método de iteración de punto fijo, método de Newton-Raphson y método de la secante.

BIBLIOGRAFÍA:

[GAR-GAR 93], [KOL 99], [MAR-PER 98], [SCHE-DI 91],

RESUMEN DE FÓRMULAS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO 11: "RESOLUCIÓN APROXIMADA DE ECUACIONES ALGEBRAICAS"

Método	Fórmula principal
Bisección	$x_r = \frac{x_l + x_u}{2}$
Regla Falsa	$x_r = x_u - \frac{f(x_u)(x_l - x_u)}{f(x_l) - f(x_u)}$
Iteración de Punto Fijo	$Si\ x = g(x) \geq x_{i+1} = g(x_i)$
Newton-Raphson	$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$
Método de la Secante	$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_{i-1}) - f(x_i)}$

COMPARACIÓN DE LOS MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE ECUACIONES:

BISECCIÓN: - Es un método muy didáctico - Útil en cualquier ecuación - Si las condiciones se cumplen, converge siempre - Algoritmo muy sencillo - La precisión la fija el usuario, de acuerdo con sus necesidades - Ocupa poca memoria - Operaciones muy sencillas - Poco error de redondeo - Método muy lento	**PUNTO FIJO:** - Algoritmo muy sencillo - Método lento - La transformación de la función original se puede hacer más fácil - La evaluación final de la raíz, se hace tomando el último valor encontrado - Sólo se requiere un valor inicial - Tiene rápida convergencia cuando converge
NEWTON-RAPHSON: - Convergencia rápida - Algoritmo empieza a complicarse - De fácil comprensión gráfica	**REGLA FALSA:** - Requiere mayor conocimiento matemático - Converge rápidamente - Fórmula recursiva sencilla - De fácil comprensión gráfica

EJERCICIOS:

1.- Determínese las raíces reales de:

$$f(x) = -0{,}874\,x^2 + 1{,}75x + 2{,}627$$

a) Gráficamente
b) Usando la fórmula cuadrática
c) Usando el método de bisección hasta tres iteraciones para determinar la raíz más alta. Empléense como valores iniciales x_1 = 2,9 y x_u = 3,1. Calcúlese el error verdadero.
d) Usando el método de Newton-Raphson para determinar la raíz más alta. Empléese como valor inicial x_i = 3,1

2.- Determínense las raíces reales de:

$$f(x) = -2{,}1 + 6{,}21x - 3{,}9x^2 + 0{,}667x^3$$

a) Gráficamente
b) Usando bisección para localizar la raíz más pequeña. Empléense como valores iniciales x_1 = 0,4 y x_u = 0,6 e itérese hasta que la diferencia entre la solución final y la anterior no exceda del 4 %.
c) Usando el método de Newton-Raphson con las mismas condiciones anteriores.

3.- Determínense las raíces reales de:

$$f(x) = -23{,}33 + 79{,}35x - 88{,}09x^2 + 41{,}6x^3 - 8{,}68x^4 + 0{,}658x^5$$

a) Gráficamente.
b) Usando bisección para determinar la raíz más alta. Empléense como valores iniciales x_1 = 4,5 y x_u = 5.
c) Realícense los mismos cálculos pero usando el método de la regla falsa.
d) Usando el método de Newton-Raphson para determinar las raíces reales, realícese tres veces, usando 3,5; 4,0 y 4,5 como valores iniciales. Explíquense los resultados con métodos gráficos.

4.- Determínense las raíces reales de:

$$f(x) = 9{,}36 - 21{,}963x + 16{,}2965x^2 - 3{,}70377x^3$$

a) Gráficamente.
b) Usando el método de la regla falsa para determinar la raíz más baja.
c) Usando el método de la secante.

5.- Localícese la raíz positiva de:

$$f(x) = 0{,}5x - \text{sen}\,x$$

donde x está en radianes. Úsese un método gráfico y después calcúlense tres iteraciones por el método de Newton-Raphson con un valor inicial de x_i = 2,0 para calcular la raíz. Repítanse los cálculos pero con x_i = 1,0. Explicar los resultados gráficamente.

6.- Determínese la raíz real de:

$$f\,(x) = x^3 - 100$$

a) Analíticamente
b) Con el método de la regla falsa
c) Con el método de la secante

7.- Determínese la raíz real mayor de:

$$f\,(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

a) Gráficamente
b) Usando el método de bisección (dos iteraciones, x_1 = 2,5 y x_u = 3,6)
c) Usando el método de la regla falsa (dos iteraciones, x_1 = 2,5 y x_u = 3,6)
d) Usando el método de Newton-Raphson (dos iteraciones, x_i = 3,6)
e) Usando el método de la secante (dos iteraciones, x_{i-1} = 2,5 y x_i = 3,6)

8.- Calcúlese por iteración de punto fijo una solución de:

$$x^3 + x^2 - x - 1 = 0$$

Partiendo de x_i = 0,5

9.- Calcúlese por iteración del punto fijo una solución de:

$$\cos x = 0 \quad (x \text{ en radianes})$$

Partiendo de x_i = 0