

CAPÍTULO 12

RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

- 1.- Introducción.
- 2.- Eliminación gaussiana simple.
- 3.- Sistemas mal condicionados.
- 4.- Técnicas de mejoramiento de soluciones.
 - 4.1. Uso de más cifras significativas.
 - 4.2. Pivoteo.
 - 4.3. Escalamiento.
 - 4.4. Corrección de errores.
- 5.- Método de Gauss-Seidel.

Además de los objetivos generales y competencias que pretendemos que el alumno/a alcance con esta asignatura, los objetivos específicos correspondientes a este capítulo son:

- Aplicar los métodos numéricos para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, eligiendo el más apropiado.
- **Estimar la influencia de errores en los datos y de errores de redondeo en los resultados en un sistema de ecuaciones lineales.**
- Entender el concepto de convergencia de un método numérico para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y saber bajo qué condiciones se puede asegurar la convergencia de un método.
- Obtener, dado un sistema de ecuaciones lineales, su solución, aplicando métodos exactos (eliminación gaussiana, eliminación gaussiana con pivoteo parcial), y métodos iterativos (método de Gauss-Seidel).

BIBLIOGRAFÍA:

[GAR-GAR 93], [KOL 99], [MAR-PER 98], [SCHE-DI 91],

**RESUMEN DE FÓRMULAS CORRESPONDIENTES AL CAPÍTULO 12:
"RESOLUCIÓN NUMÉRICA DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES"**

Este capítulo no tiene fórmulas relevantes.

EJERCICIOS:

1.- Resolver gráficamente:
$$\left. \begin{array}{r} 4x_1 - 6x_2 = -22 \\ -x_1 + 12x_2 = 58 \end{array} \right\} \text{ Verificar el resultado.}$$

2.- Dado el sistema de ecuaciones:
$$\left. \begin{array}{r} 0.75x_1 + x_2 = 14.25 \\ 1.1x_1 + 1.6x_2 = 22.1 \end{array} \right\}.$$

- Resuélvase gráficamente.
- En base a la solución gráfica, ¿qué se espera acerca del condicionamiento del sistema?
- Resuélvase por eliminación gaussiana.
- Verifíquense las respuestas sustituyéndolas en las ecuaciones originales.

3.- Dado el sistema:
$$\left. \begin{array}{r} 0.5x_1 - x_2 = -9.5 \\ 0.28x_1 - 0.5x_2 = -4.72 \end{array} \right\}$$

- Resuélvase gráficamente
- Después de escalarse, calcúlese su determinante
- En base a a) y b) ¿qué se puede esperar de la condición del sistema?
- Resuélvase por eliminación gaussiana.
- Resuélvase otra vez, pero modificando a_{11} a 0.55. Interpretense los resultados de acuerdo al análisis realizado sobre su condicionamiento.

4.- Dado el sistema:
$$\left. \begin{array}{r} -12x_1 + x_2 - 7x_3 = -80 \\ x_1 - 6x_2 + 4x_3 = 13 \\ -2x_1 - x_2 + 10x_3 = 92 \end{array} \right\}$$

- Resuélvase con el uso de la eliminación gaussiana simple. Muéstrense todos los pasos de los cálculos.
- Sustitúyanse los resultados en las ecuaciones originales y compruébense las respuestas.

5.- Usar la eliminación gaussiana para resolver:

$$\left. \begin{array}{r} 4x_1 + 5x_2 - 6x_3 = 28 \\ 2x_1 \quad \quad - 7x_3 = 29 \\ -5x_1 - 8x_2 \quad \quad = -64 \end{array} \right\}.$$

Empléese el pivoteo parcial y compruébense las respuestas sustituyéndolas en las ecuaciones originales.

6.- Úsese el método de Gauss-seidel para resolver:

$$\left. \begin{aligned} 10x_1 - 3x_2 + 6x_3 &= 24.5 \\ x_1 + 8x_2 - 2x_3 &= -9 \\ -2x_1 + 4x_2 - 9x_3 &= -50 \end{aligned} \right\}.$$

Itérese hasta que el error relativo sea menor que 10%

7.- Resuélvase el problema 4.- usando el método de Gauss-Seidel con un criterio de parada de error relativo inferior al 10%

8.- Usar el método de Gauss-Seidel para resolver el siguiente sistema (hasta error relativo menor que 5%):

$$\left. \begin{aligned} x_1 + 7x_2 - 3x_3 &= -51 \\ 4x_1 - 4x_2 + 9x_3 &= 61 \\ 12x_1 - x_2 + 3x_3 &= 8 \end{aligned} \right\}$$

9.- Resuélvase el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 12x_3 &= 10 \\ 5x_1 - 12x_2 + 2x_3 &= -33 \\ x_1 - 14x_2 &= -103 \end{aligned} \right\}$$

Usando:

- a) Eliminación gaussiana
- b) Gauss-Seidel (5 %)

10.- Resuélvase el siguiente sistema:

$$\left. \begin{aligned} 4x_1 - 2x_2 - x_3 &= 39 \\ x_1 - 6x_2 + 2x_3 &= -28 \\ x_1 - 3x_2 + 12x_3 &= -86 \end{aligned} \right\}$$

Usando:

- a) Eliminación gaussiana
- b) Gauss-Seidel (5 %)